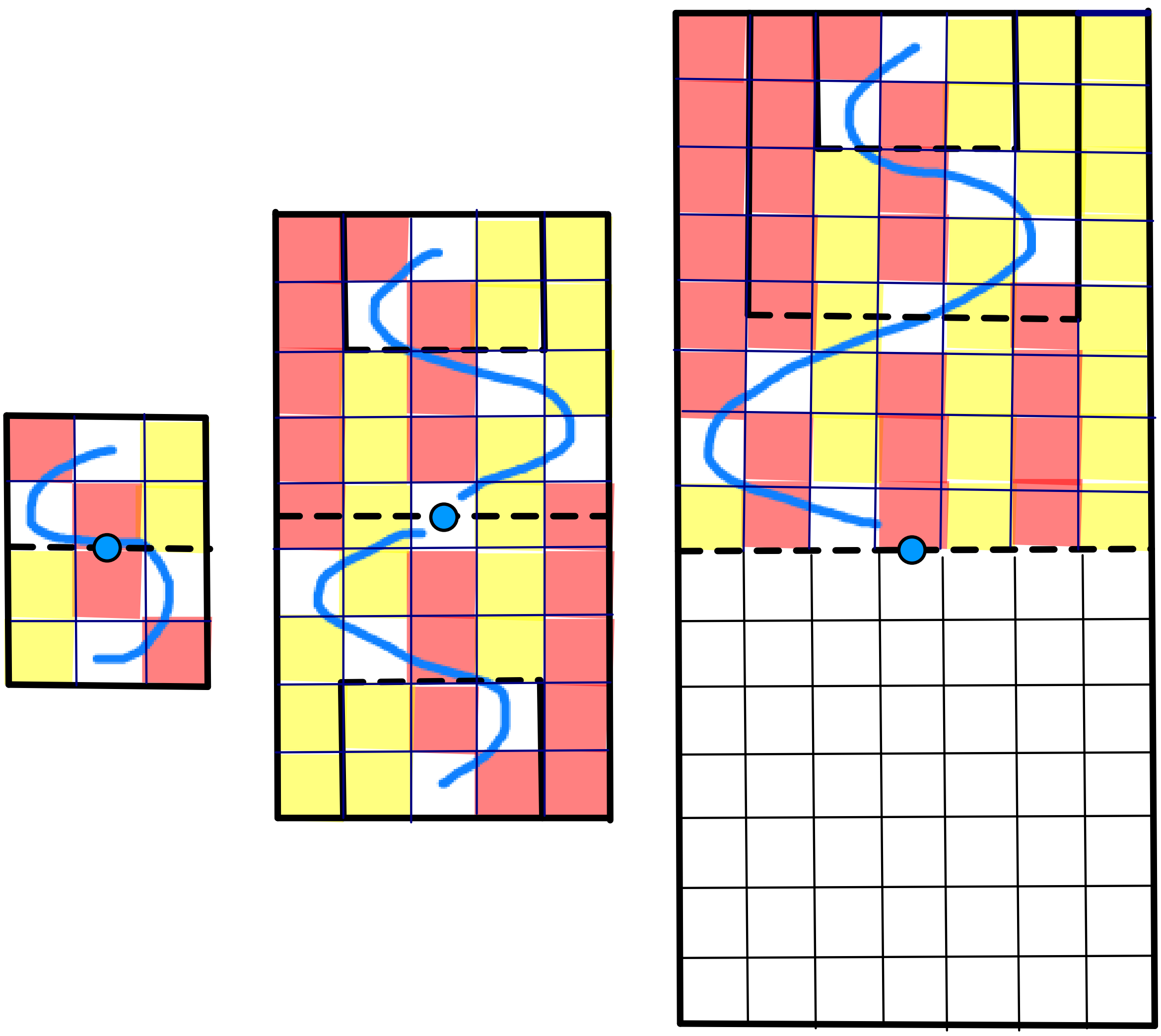
Thema: **Sequenzen**

Station: **Froschhüpfen**

In diesen Diagrammen ist jede Reihe eine Vogelperspektive des Zebrastreifens. Wenn Sie die Seite von oben nach unten ‚lesen', ist ein ganzes Rechteck wie ein Film, Bild für Bild, von den Fröschen, die die ihre Plätze tauschen. Es sind drei Rechtecke; links unten ist ein Frosch von jeder Farbe gezeigt; in der Mitte zwei; rechts drei.

Wie beim Hanoi-Turm, gibt es eine verschachtelte Struktur. Die Bewegungsmenge für *n* Frösche ist in die Menge für *n* + 1 eingebettet. Wie Sie aus der Abbildung sehen, ist das Rechteck für *n* in zwei gleiche Teile geteilt, Sie können die Teile ganz oben und ganz unten in das Rechtecks für *n* + 1 einpassen. Beachten Sie auch die Punktsymmetrie des gesamten Diagramms und die Art und Weise den Raum schlängelt sich über ihn - vielleicht möchten Sie kopieren und füllen Sie das unvollendete Diagramm auf der rechten Seite.



Um die Anzahl der Züge, *N*, für *n* Frösche zu umgehen, gibt es zwei Ansätze:

1. Empirisch-induktive:

Wir führen die Aktivität und eine Unterschied-Tabelle ausfüllen. Unten ist der Anfang. Die drei Spalten, bevor die ‚0' deuten darauf hin, dass die Formel, die passt die form $N = an^2 + bn + c$ hat. Unterhalb der Unterschied-Tabelle gibt es einen passenden mit der richtigen *n* Wert ersetzt in unserer Formel für jeden Fall.

Frösche auf Jeder Seite, *n*	Züge	Unterschied	Unterschied	Unterschied
1	3			
		5		
2	8		2	
		7		0
3	15		2	

$a + b + c$		
	$3a + b$	
$4a + 2b + c$		$2a$
	$5a + b$	
$9a + 3b + c$		

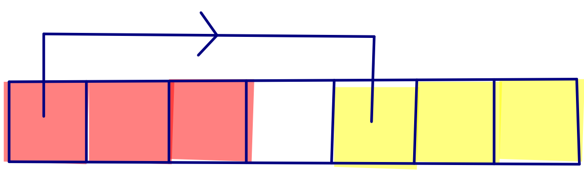
Unsere Aufgabe ist es, den Koeffizienten *a*, *b, c* finden.

Substitution von rechts nach links, wir finden $a = 1$, $b = 2$, $c = 0$, so ist unsere Formel $N = n^2 + 2n$.

2. Theoretische und deduktive

Dieser Ansatz ist befriedigender, weil sie uns nicht nur die Formel gibt, aber erklärt, warum es die Form hat es tut.

Da ein Frosch keine andere Farbe springen kann, die Frosche müssen ihre Ordnung aufrechterhalten.
Dies bedeutet, dass jeder Frosch die gleiche Anzahl von Stellen bewegt, nämlich $n + 1$, wie nachfolgend dargestellt:



Daher ist die Gesamtzahl der bewegten Plätze die Gesamtzahl der Frösche mal die Anzahl der Plätze von jedem bewegt, $2n \times (n + 1) = 2n^2 + 2n$.

Damit ein roter Frosch seinen endgültigen Platz erreicht, muss er an *n* gelben Fröschen vorbeikommen. Ebenso muss der entsprechende gelbe Frosch *n* rote Frösche passieren. Zwei Pässe werden erziehlt, wenn ein roter Frosch springt einen gelben oder ein gelber Frosch springt einen roten. Daher müssen die beiden Frösche *n* Sprünge zwischen sich machen. Dies ergibt eine Gesamtzahl von *n* Paaren mal *n* Sprüngen $= \boldsymbol{n^2}$ **Sprüngen**. Ein Sprung entspricht einem Umzug um zwei Plätze. Die Gesamtzahl der durch Sprünge berücksichtigen Plätze beträgt also $2n^2$**.**

Dies bedeutet, dass die Anzahl der auf den Rutschen angegebenen Plätze = $(2n^2 + 2n) - 2n^2 = \boldsymbol{2n}$ beträgt.
Da eine Rutsche für einen Umzug der 1 Platz ausmacht, ist dies auch die Anzahl der Rutschen.

The total number of moves is therefore the number of jumps + the number of slidesDie Gesamtzahl der Züge ist daher die Anzahl der Sprünge + die Anzahl der Rutschen = $\boldsymbol{n^2} + \boldsymbol{2n}$**.**