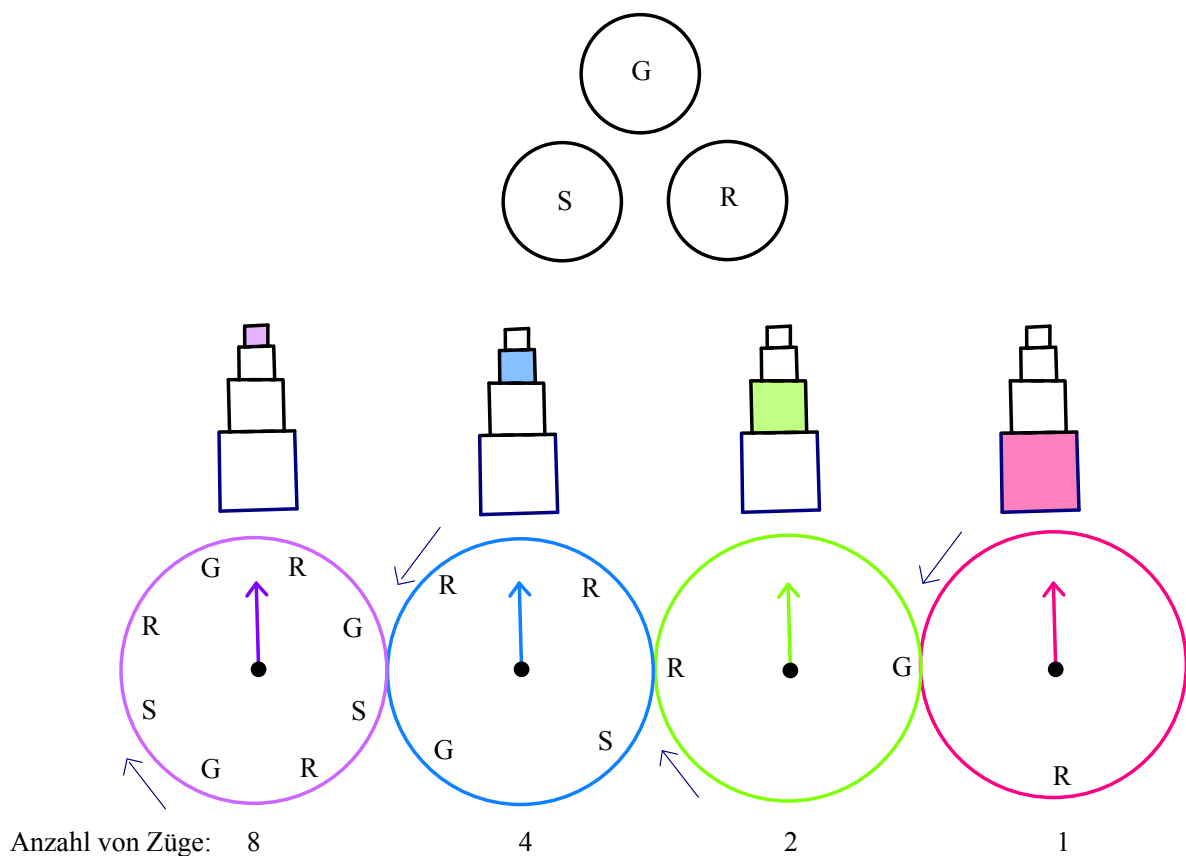


## Thema: Heuristik

### Station: Der Turm von Hanoi

Bewegen eines Turms, 4 Becher hoch,  
mit dem Hanoi-Computer

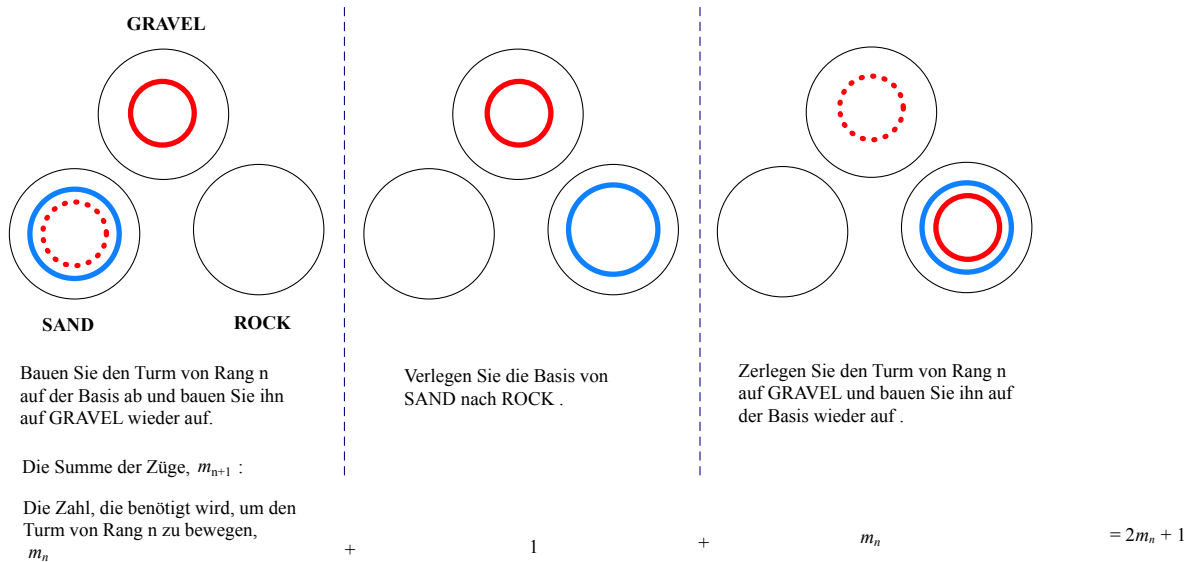
Der Hanoi-Computer verfügt über 4 ineinander greifende Zahnräder mit darauf montierten Pfeilen, einen für jeden Becher im Turm. Die Räder sind transparent. Durch sie sieht man dahinter gedruckte Buchstaben: S (für SAND - Sand), G (für GRAVEL - Kies), R (für ROCK - Felsen). Wenn ein Pfeil auf einen Buchstaben zeigt, werden Sie aufgefordert, den Zug auszuführen. Wenn der lila Pfeil beispielsweise auf R zeigt, müssen Sie den lila Becher nach ROCK bewegen.



Das Design zeigt zwei Eigenschaften des Turms: **(1)** abwechselnde Becher bewegen sich in entgegengesetzte Richtungen: gerade im Uhrzeigersinn, ungerade gegen den Uhrzeigersinn; **(2)** ein Becher bewegt sich doppelt so oft wie der Becher darunter.

Was nicht angezeigt wird, ist die verschachtelte (*rekursive*) Struktur der Operation. Möglicherweise haben Sie dies jedoch bei der Durchführung des Experiments bemerkt. Jedes Mal, wenn Sie einen neuen Turm bauen, müssen Sie einen älteren abbauen und wieder aufbauen. Dies wird als nächstes gezeigt.

Der Computer erhält die Gesamtzahl der Züge, indem er  $8 + 4 + 2 + 1$  addiert. Unten erhalten wir die Gesamtzahl, indem wir die letzte Summe verdoppeln und jedes Mal 1 addieren.



Da  $m_0 = 0$  ist, haben wir die  $m_n$  Sequenz:

$$m_1 = 2(0) + 1 = 1,$$

$$m_2 = 2(1) + 1 = 3,$$

$$m_3 = 2(3) + 1 = 7,$$

$$m_4 = 2(7) + 1 = 15,$$

und allgemein:

$$m_n = 2^n - 1.$$

Die Darstellung unten zeigt, was auf der Tafel für jede Position der vier Räder passiert. Es bringt auch die Verschachtelung heraus.

